2024年度

特待生入学試験問題

数　　学

注　意

1. 監督者の「始め」の合図があるまで開いてはいけません。
2. 試験時間は，板書されている時間割のとおりです。
3. 問題用紙とは別に解答用紙が１枚あります。
4. 監督者の「始め」の合図があったら，すぐに受験番号と氏名を解答用紙の決められた欄に書きなさい。
5. 答えは，必ず解答用紙の決められた欄に書きなさい。
6. 試験中に質問があれば，手をあげて監督者に聞きなさい。
7. 監督者の「やめ」の合図があったらすぐやめて，筆記用具をおきなさい。
8. 分数はすべて有理化し，既約分数（これ以上約分できない分数）で表しなさい。
9. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
10. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

問題	選択方法
問題 $\boxed{1}$	必　答
問題 $\boxed{2}$	必　答
問題 $\boxed{3}$	いずれか２問を選択し，解答しなさい。（たとえば，問題 $\boxed{3}$ と問題 $\boxed{4}$ を選択）
問題 $\boxed{4}$	
問題 $\boxed{5}$	

$\boxed{1}$ つぎの問いにすべて答えなさい。

(1) 式 $(x+2)^2(x-2)^2$ を展開すると，$\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $A+B=3,\ AB=-2$ であるとき，$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\boxed{\text{イ}}$ である。また，$(A-B)^2=\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) 20 以下の自然数を全体集合とする。つぎの 3 つの部分集合

$$P=\{\,x\mid x \text{ は偶数}\,\}$$

$$Q=\{\,1,2,3,4,5\,\}$$

$$R=\{\,x\mid x \text{ は 5 の倍数}\,\}$$

について，集合 $P\cap Q=\{\ \boxed{\text{エ}}\ \}$である。また，集合 $\overline{P\cup R}=\{\ \boxed{\text{オ}}\ \}$である。

(4)　$\sin 39° = \boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを下の①～⑤のうちからすべて選び，
その番号を答えなさい。

①　$\cos 39°$
②　$\sin 51°$
③　$\cos 51°$
④　$\sin 141°$
⑤　$\cos 141°$

(5)　$\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\angle\mathrm{A} = 120°$，$\mathrm{AB} = 3$，$\mathrm{AC} = 5$ とする。
このとき，BC の長さを求めると，$\mathrm{BC} = \boxed{\text{キ}}$ である。

2 つぎの問いにすべて答えなさい。

(1) 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが，3 点 $(0, 4)$, $(3, 1)$, $(-2, -4)$ を通るとき，

この 2 次関数の式を求めると，$y =$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

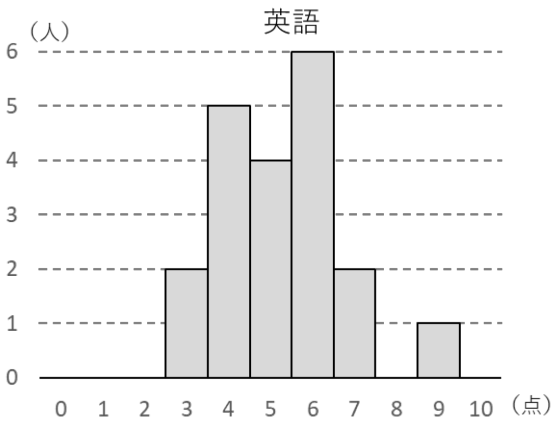
また，この 2 次関数の最大値を求めると，$x =$ $\boxed{\text{イ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

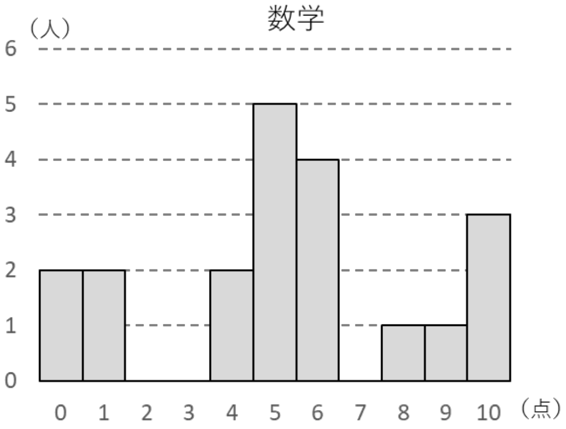
(2) 2 次不等式 $2x^2 - 7x - 15 < 0$ を解くと，$\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　20 人の生徒が，英語と数学の小テストを行った。

小テストはそれぞれ 10 点満点であり，得点ごとの人数をつぎのヒストグラムに示す。

このとき，下の問いに答えなさい。





[A]　英語の得点の中央値は $\boxed{\text{オ}}$ 点であり，数学の得点の中央値は $\boxed{\text{カ}}$ 点である。

[B]　英語の得点の平均値は $\boxed{\text{キ}}$ 点である。

[C]　下の①～④のうち，正しいものの番号を 1 つ選ぶと，$\boxed{\text{ク}}$ である。

① 英語と数学のデータの範囲を比べると，範囲が大きいのは数学である。

② 英語の得点の最頻値は，9 点である。

③ 数学の得点の第 1 四分位数は，1 点である。

④ 英語と数学の得点の第 3 四分位数を比べると，英語のほうが高い。

問題 $\boxed{3}$ ～問題 $\boxed{5}$ は，いずれか２問（たとえば問題 $\boxed{3}$ と問題 $\boxed{4}$）を選択し，解答しなさい。

$\boxed{3}$ つぎの問いにすべて答えなさい。

(1) 10 本のくじの中に３本の当たりくじがある。A，B の２人がこの順でくじを１本ずつ引くとき，A が当たり，B がはずれる確率は $\boxed{\text{ア}}$ である。ただし，引いたくじは元に戻さないものとする。

(2) 等式 $x+y+z=6$ を満たす自然数 x，y，z の組は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 組ある。

(3) 男子４人，女子６人の中から，５人を選んで組を作るとき，男子２人，女子３人の組は，全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 通り作ることができる。

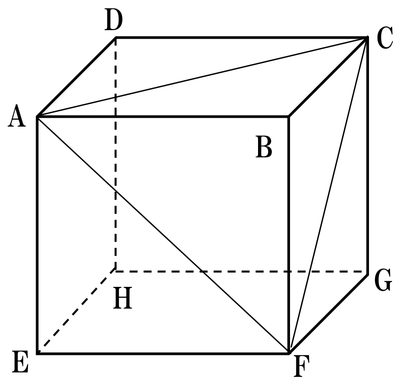
(4) 袋の中に赤玉が５個，白玉が４個入っている。この袋から２個の玉を同時に取り出すとき，２個とも同じ色である確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(5) A，B，C の３人がこの順で PK（サッカーのペナルティキック）を１回ずつ行う。３人のゴールする確率は，それぞれ $\dfrac{2}{3}$， $\dfrac{3}{4}$， $\dfrac{4}{5}$ である。このとき，３人のうち少なくとも１人はゴールする確率は $\boxed{\text{オ}}$ である。

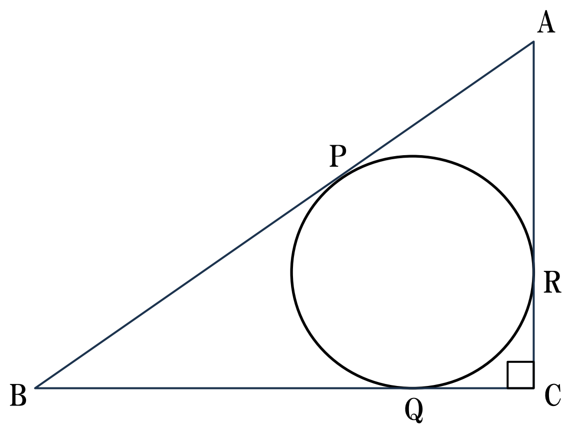
問題 $\boxed{3}$ ～問題 $\boxed{5}$ は，いずれか２問（たとえば問題 $\boxed{3}$ と問題 $\boxed{4}$）を選択し，解答しなさい。

$\boxed{4}$ つぎの問いにすべて答えなさい。

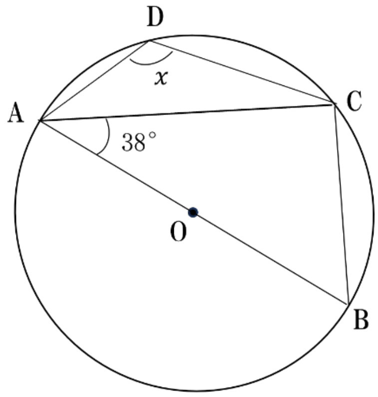
(1) 図において，正六面体 ABCD-EFGH の１辺の長さは４である。この正六面体の３つの頂点 A, C, F を結んでできる三角形 ACF について，辺 AC の長さは $\boxed{\text{ア}}$ であり，面積は $\boxed{\text{イ}}$ である。また，三角形 ACF を底面とする四面体 BACF の体積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。



(2) 図において，BC=８，CA=５，∠C=90° の直角三角形 ABC に，半径 r の円が内接している。点 P，Q，R は内接円と辺 AB，BC，CA のそれぞれの接点である。このとき，辺 AB の長さを r を用いて表すと AB＝ $\boxed{\text{エ}}$ になる。



(3)　図において，AB は円 O の直径であり，点 C，D は円周上の点である。$\angle BAC = 38°$ のとき，角 x の大きさを求めると，$\boxed{\text{オ}}$ である。



問題 $\boxed{3}$ ～問題 $\boxed{5}$ は，いずれか２問（たとえば問題 $\boxed{3}$ と問題 $\boxed{4}$）を選択し，解答しなさい。

$\boxed{5}$ つぎの問いにすべて答えなさい。

(1) a ，b は整数とする。a を６で割ると５余り，b を６で割ると３余る。このとき，$a+b$ を６で割ったときの余りは $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) ３進法で表された数 $2011_{(3)}$ を 10 進法で表すと $\boxed{\text{イ}}$ となる。

(3) n は正の整数とする。n と 90 の最大公約数が 15 であるような n の中で，100 に最も近い数は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) a は自然数とする。$a+3$ は4の倍数であり，$a+4$ は7の倍数であるとき，$a+11$ は28の倍数であることを，次のように証明した。$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ に適する式を入れなさい。

［証明］ $a+3$，$a+4$ は，自然数 m，n を用いて表すと，

$a+3=4m$，　$a+4=\boxed{\text{エ}}$ となるから，

$a=4m-3$ ……①

$a=\boxed{\text{エ}}-4$ ……②

① を $a+11$ に代入して整理すると $a+11=4(m+2)$ ……③

② を $a+11$ に代入して整理すると $a+11=\boxed{\text{オ}}$ ……④

よって，③より $a+11$ は4の倍数であり，④より $a+11$ は7の倍数でもある。

4と7は互いに素であるから，$a+11$ は 4×7 の倍数，すなわち28の倍数である。［終］

2024 年度　特待生入学試験

数学　模範解答

受験番号	
氏名	

得点計

$\boxed{1}$ ア　x^4-8x^2+16　　イ　$-\frac{3}{2}$　　ウ　17　　エ　2，4

オ　1,3,7,9,11,13,17,19　　カ　③，④　　キ　7

$\boxed{2}$ ア　$-x^2+2x+4$　　イ　1　　ウ　5　　エ　$-\frac{3}{2}<x<5$

オ　5　　カ　5　　キ　5．25　　ク　①

問題 $\boxed{3}$ ～ 問題 $\boxed{5}$ は，いずれか２問（たとえば問題 $\boxed{3}$ と問題 $\boxed{4}$ ）を選択し，解答しなさい。

$\boxed{3}$ ア　$\frac{7}{30}$　　イ　10　　ウ　120

エ　$\frac{4}{9}$　　オ　$\frac{59}{60}$

$\boxed{4}$ ア　$4\sqrt{2}$　　イ　$8\sqrt{3}$　　ウ　$\frac{32}{3}$

エ　$13-2r$　　オ　$128°$

$\boxed{5}$ ア　2　　イ　58　　ウ　105

エ　$7n$　　オ　$7(n+1)$　※1

※1「$7n\ +7$」も正解とする。